Paracuru-CE

Data: 02/02/2025

Autor: David Dias Marques

E-mail: davidmarquesdias4@gmail.com

Título: 005 - O produto entre dois quadrados perfeitos consecutivos mais a soma destes

O presente estudo demonstra que os produtos entre dois quadrados perfeitos consecutivos mais a soma destes tem como resultados quadrados perfeitos que se distanciam entre si em intervalos ímpares.

Seja a relação numérica abaixo umas percepção adquirida através da observar mais próxima do triângulo numérico 3:

[ Qn=A•B+A+B ]

Em que A e B são quaisquer dois quadrados perfeitos consecutivos. E deste modo sendo B sucessor de A.

Exemplos:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Q1= | 0•1+0+1= | 1 | -> | $1^2$ |
| | | | | |
| Q2= | 1•4+1+4= | 9 | -> | $3^2$ |
| | | | | |
| Q3= | 4•9+4+9= | 49 | -> | $7^2$ |
| | | | | |
| Q4= | 9•16+9+16= | 169 | -> | $13^2$ |
| | | | | |
| Q5= | 16•25+16+25= | 441 | -> | $21^2$ |
| | | | | |
| Q6= | 25•36+25+36= | 961 | -> | $31^2$ |
| | | | | |
| Q7= | 36•49+36+49= | 1849 | -> | $43^2$ |
| | | | | |
| Q8= | 49•64+49+64= | 3249 | -> | $57^2$ |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| Q9= | 64•81+64+81= | 5329 | -> | 73² |
| | | | | |
| Q10= | 81•100+81+100= | 8281 | -> | 91² |
| | | | | |
| Q11= | 100•121+100+121= | 1232 | -> | 111² |
| | | | | |
| Q12= | 121•144+121+144= | 17689 | -> | 133² |

Observe como estes resultados se comportam dentro do conjunto dos quadrados perfeitos. Para isso marcarei com parênteses os resultados obtidos. Favor observar o intervalo entre um e outro.

Conjunto dos quadrados perfeitos:

{0, (1), 4, (9), 16, 25, 36, (49), 64, 81, 100, 121, 144, (169), 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, (441), 484, 529, 576, 625, 676, 729, 784, 841, 900, (961), 1024, 1089, 1156, 1225, 1296, 1369, 1444, 1521, 1600, 1681, 1764, (1849), 1936, 2025, 2116, 2209, 2304, 2401, 2500,...}

Na forma triangular:

| Triângulo Numérico 13 - Números Quadrados Perfeitos | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |
| (1) | 4 | | | | | | | | |
| (9) | 16 | 25 | 36 | | | | | | |
| (49) | 64 | 81 | 100 | 121 | 144 | | | | |
| (169) | 196 | 225 | 256 | 289 | 324 | 361 | 400 | | |
| (441) | 484 | 529 | 576 | 625 | 676 | 729 | 784 | 841 | 900 |

Os quadrados resultantes estão salteando outros quadrados, de quantidades em quantidades ímpares.

SOBRE A RELAÇÃO:

$Qn=A\bullet B+A+B$, com A e B quadrados perfeitos consecutivos e sendo B sucessor de A.

Se a relação é uma associação de quadrados perfeitos, podemos reescrevê-la da seguinte forma:

$A= L^2$ e $B=M^2$

Substituindo em $Qn=A\bullet B+A+B$, adquirimos:

$Qn=L^2\bullet M^2+L^2+M^2$, mas $L^2\bullet M^2$ é o mesmo que $(L\bullet M)^2$.

Portanto: $Qn=(L\bullet M)^2+L^2+M^2$. Veja que já percebemos que tais resultados são quadrados, logo podemos reescrever a relação como sendo, com $Qn=K^2$:

$K^2=(L\bullet M)^2+L^2+M^2$

Que nada mais é do que uma forma particular de aplicação do teorema de Pitágoras para certos objetos em três dimensões. Tais objetos sólidos são chamados de paralelepípedos retângulos. E a raiz desse resultado é o valor de sua diagonal.

$K=\sqrt{((L\bullet M)^2+L^2+M^2)}$

Outro fato curioso é termos utilizado os mesmos valores L e M para configurar a profundidade do objeto. Tornando tal objeto um caso mais particular.

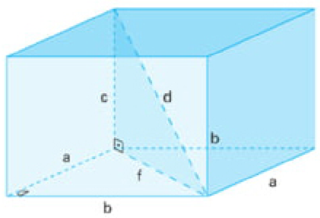
SEJA, POIS, A ALTURA É (L), A LARGURA É (M) E O COMPRIMENTO É O PRODUTO DE (L) E (M).

E O VOLUME DO SOLIDO SERÁ:

$Vp=(L\bullet M)^2$

CURIOSO QUE O VALOR DO VOLUME JÁ ESTÁ DENTRO, SOMADO, DENTRO DO RADICAL...

## Medida da diagonal de um paralelepípedo




$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Exemplo:

Seja um bloco retangular :

Volume = base x altura ou

Volume = comprimento x largura x altura

comprimento: 6

largura: 3

altura: 2

Volume = 6x3x2=36

Diagonal Bloco Retangular

D^2 = 6^2 + 3^2 + 2^2

D^2 = 36 + 9 + 4

D^2 = 49

D = √49

D = 7

O produto entre dois quadrados perfeitos consecutivos mais a soma destes

4x9+4+9 = 36+13=49

## OUTRAS OBSERVAÇÕES SOBRE A RELAÇÃO:

1) $Qn=A \cdot B+A+B$, com A e B quadrados perfeitos consecutivos e sendo B sucessor de A.

PERCEBA QUE (B) É SUCESSOR DE (A). PODEMOS NOVAMENTE REESCREVER A RELAÇÃO INICIAL COMO SENDO, NOS APOIANDO SOBRE A ANTERIOR, COMO:

$Qn=(L \cdot M)^2+L^2+M^2$

Ora, se (B) é sucessor de (A), então (M) é sucessor de (L).

Logo:

$Qn=(L \cdot (L+1))^2+L^2+(L+1)^2$

Resolvendo, obtemos:

$Qn=L^2 \cdot (L^2+2L+1)+L^2+L^2+2L+1$

Que resulta no seguinte polinômio:

$Q(L)=L^4+2L^3+3L^2+2L+1$,

com L pertencente aos inteiros

## UMA QUESTÃO CURIOSA:

A) POLINÔMIO ENCONTRADO

$Q(L)=L^4+2L^3+3L^2+2L+1 \leftarrow (L^2+L+1)^2$

Sequência resultante: {1, 9, 49, 169, 441,...}

B) POLINÔMIO DE ALEXANDER*

$Pa(n)=n^4-2n^3+3n^2-2n+1 \leftarrow (L^2-L+1)^2$

Sequência resultante de tal polinômio: {1, 1, 9, 49, 169, 441,...}

A diferença perceptível está nos sinais dos termos de coeficiente 2. E, por isso, na correlação naturais e resultado, sejam os exemplos:

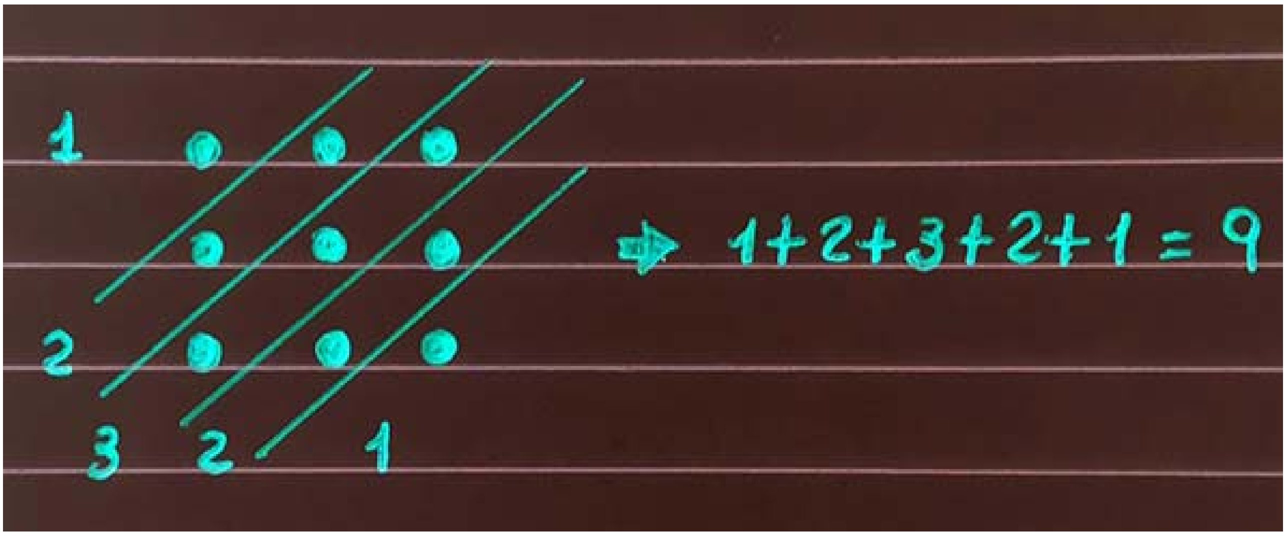
Q(0)=1; Q(1)=9 e Pa(0)=1; Pa(1)=1

** James Waddell Alexander II (19 de setembro de 1888 - 23 de setembro de 1971) foi um matemático estadunidense. Especialista em topologia[2], foi professor da Universidade de Princeton e um dos primeiros membros do Instituto de Estudos Avançados de Princeton.[1]*

2) E o mais interessante sobre esta relação, além de que a soma de seus coeficientes é 9, que é um quadrado perfeito, é que nos mostra uma forma de somar os valores de um quadrado perfeito figurado, neste caso do nove, da seguinte forma:

Exemplo 1)

1+2+3+2+1=9



Exemplo 2)

Número Quadrado Figurado 16

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | • | • | • | • |
| 1 | • | • | • | • |
| 2 | • | • | • | • |
| 3 | • | • | • | • |
| 4 | 3 | 2 | 1 | |

4^2=16

1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1 = 16

Exemplo 3)

Número Quadrado Figurado 25

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | • | • | • | • | • |
| 1 | • | • | • | • | • |
| 2 | • | • | • | • | • |
| 3 | • | • | • | • | • |
| 4 | • | • | • | • | • |
| 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | |

5^2=25

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 25

Exemplo 4)

Número Quadrado Figurado 36

6^2=36

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36

Generalizando

As somas de dobros de números naturais mais o consecutivo do último fator tem como resultado um número quadrado perfeito.

2x0 + 1 = 1 ( 1 é o consecutivo do último fator 0 )

2x1 + 2 = 4 ( 2 é o consecutivo do último fator 1 )

2x1 + 2x2 + 3 = 9 ( 3 é o consecutivo do último fator 2 )

2x1 + 2x2 + 2x3 + 4 = 16 ( 4 é o consecutivo do último fator 3 )

2x1 + 2x2 + 2x3 + 2x4 + 5 = 25 ( 5 é o consecutivo do último fator 4 )

3) O polinômio $Q(L)=L^4+2L^3+3L^2+2L+1$ é resultante do seguinte produto notável:

$Q(L)=(L^2+L+1)^2$

Em que $\sqrt{Q(L)}=L^2+L+1$ resultam em primos.

OBS.: OS NÚMEROS ENTRE PARÊNTESES SÃO PRIMOS.

{1, (**3**), (**7**), (**13**), 21, (**31**), (**43**), 57, (**73**), 91, 111, 133, (**157**), 183, (**211**), (**241**), 273, (**307**), 343, 381, (**421**), 463, 507, 553, 601, 651, 703, (**757**), 813, 871, 931, 993, 1057,...}

OBS.: ESTES NÚMEROS TAMBÉM SÃO POLIGONAIS CENTRAIS.

Fontes Bibliográficas:

[1] https://pt.m.wikipedia.org/wiki/James_Waddell_Alexander

[2] Alexander, J. W. (1928). «Topological invariants of knots and links». Trans. Amer. Math. Soc. 30 (2): 275–306. doi:10.2307/1989123

Estudos complementares recomendados:

http://www.osfantasticosnumerosprimos.com.br/011-estudos-268-tabuada-numeros-cubicos.html

http://www.osfantasticosnumerosprimos.com.br/011-estudos-246-numeros-figurados-pentagonais.html

http://www.osfantasticosnumerosprimos.com.br/011-estudos-424-soma-numero-quadrado-perfeito-sua-raiz-unidade.html