

Paracuru-CE

Data: 23/03/2025

Autor: David Dias Marques

E-mail: davidmarquesdias4@gmail.com

Título: 007 - [2ª parte] de Percepções 03 do Triângulo Numérico 3 : Intervalo Ímpar entre Quadrados Perfeitos da relação

Relembrando: sendo o enunciado logo abaixo verdadeiro, têm-se que:
o produto entres dois quadrados perfeitos consecutivos mais a soma destes tem como resultado quadrados perfeitos que se distanciam entre si em intervalos ímpares.

Palavras-chave: Triângulo Numérico 3, números quadrados perfeitos

A relação numérica abaixo é uma percepção adquirida através da observação mais aproximada do triângulo numérico 3, ou simplesmente T-3:

$$[Q_n (A; B) = A \cdot B + A + B]$$

Em que A e B são quaisquer dois quadrados perfeitos consecutivos. E, por isso, também fica entendido que B é sucessor de A.

[OBSERVAÇÃO 0: O (n) logo depois de Q, sendo por isso Qn, é meramente um índice. Não confundir com Q•n.]

OBSERVAÇÃO 1:

A abordagem a seguir é uma aplicação direta da relação anterior; logo acima citada. Ao mesmo tempo em que evidencia a sua intimidade, de um modo intrigante com sua própria fonte de origem, T-3, também nos mostra algo a mais sobre si mesma.

01 - SEQUÊNCIAS OBSERVADAS DENTRO DO T-3:

Observando a distribuição dos números dentro do triângulo numérico 3 (T-3), sem se atentar apenas pelos quadrados perfeitos, termos centrais ou quase quadrados perfeitos, ainda; mas sobretudo dando-se à atenção da configuração dos números em suas formas de unidades; dezenas e unidade; centenas, dezenas e unidades; milhares, centenas e unidades; etc. É possível vislumbrar um padrão emergir. Padrão esse intrigante, a propósito. E até certo ponto muito sutil.

•EXEMPLOS DE CONFIGURAÇÕES NUMÉRICAS QUE SERÃO OBSERVADAS:

DAS UNIDADES:

(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)

DAS DEZENAS E UNIDADES:

(10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19)

(20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29)

(30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39)

.

.

.

(90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99)

DAS CENTENAS, DEZENAS E UNIDADES:

(100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109)

(110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119)

(120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129)

.

.

.

(990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999)

DAS MILHARES, CENTENAS, DEZENAS E UNIDADES:

(1000, 1001, 1002, 1003, 1004, 1005,... , 1009)

(1010, 1011, 1012, 1013, 1014, 1015,... , 1019)

(1020, 1021, 1022, 1023, 1024, 1025,... , 1029)

.

.

.

(9990, 9991, 9992, 9993, 9994, 9995, ..., 9999)

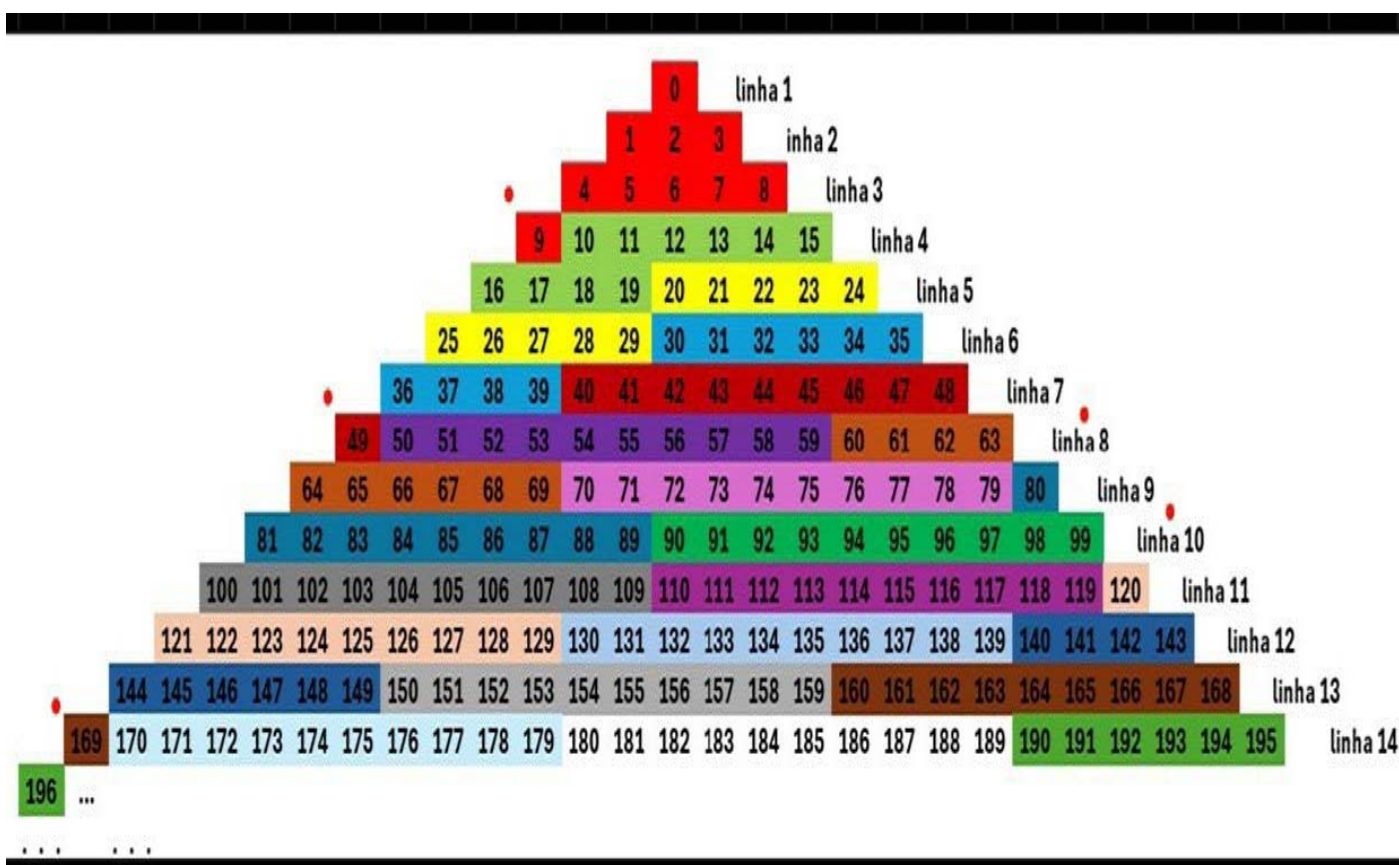
E tal raciocínio pode e deve ser estendido pelo infinito dos números naturais, ou inteiros não negativos.

Perceba que cada número é único de acordo com a disposição de seus dígitos ao longo de sua estrutura de valor, muito embora, de um para outro, haja alguma semelhança em quantidade de dígitos e pequenas porções de dígitos. Por exemplo: 9993 e 9997. São parecidos até certo ponto, todavia a unidade os diferencia, visualmente e em valor.

Também é preciso destacar que para cada grupo de variações numéricas têm dez possibilidades de arranjos naturais, estando tais números em conformidades com a ordem dos números naturais, ou inteiros não negativos; seguindo a questão: antecessor e sucessor, com o valor da razão de tais P.A.'s igual a 1.

02 - VISUALIZAÇÃO NUMÉRICA POR COR

Após está abordagem é possível, e proponho, para melhor entendê-los e vê-los, colorir cada grupo de dez números com cores distintas, sem repetições, para que seja fácil visualizar como se distribuem ao longo das linhas do triângulo numérico 3. Bem como quantas cores serão utilizadas em cada nova linha seguinte.



03 - QUANTIDADE DE CORES POR LINHA

OBSERVAÇÃO 2:

No presente estudo considero a primeira linha do T-3 como sendo a que somente está contido o número zero. E por haver apenas um único número na primeira linha, há também apenas uma única cor.

Observe o padrão de distribuição das cores ao longo das linhas do T-3:

L1: 1 cor

L2: 1 cor

L3: 1 cor

L4: 2 cores

L5: 2 cores

L6: 2 cores

L7: 2 cores

L8: 3 cores

L9: 3 cores

L10: 2 cores

L11: 3 cores

L12: 3 cores

L13: 3 cores

L14: 4 cores

.
.
.
Contemple que a distribuição das cores por grupos de dez números parece ser caótica. O que na verdade não quer dizer exatamente isso, se mergulharmos mais a fundo na organização da estrutura do objeto T-3.

Mesmo diante deste aparente caos é possível extrair, através de uma observação apurada, ou mesmo dedicada, um foco de razão: um padrão. Sim, um padrão!

04 - COLORAÇÃO NUMÉRICA: NÚMEROS SOLITÁRIOS

Depois de fazer este simples processo de coloração, com muita atenção e vontade, é possível perceber um curioso padrão, embora simples, surgir timidamente; e cada vez mais esquivo de ser percebido. Em certas linhas é possível encontrar um único número de coloração solitária terminado, diante de todos os casos possíveis, em 9. E também é possível determinar outras futuras aparições destas solitárias, através da relação

[$Q_n (A; B) = A \cdot B + A + B$]. Onde A e B são quadrados perfeitos consecutivos. E B, por isso, sendo sucessor de A.

05 - TERMINAÇÃO DOS NÚMEROS DE COR SOLITÁRIA

Uma coisa em comum com todos esses números é o fato de serem terminados em 9. O que não quer dizer que todo número terminado em 9 é uma cor solitária. Apenas alguns grupos de quadrados perfeitos oriundos de

$Q_n (A; B)$ são eleitos à solidão ímpar crescente.

06 - LOCALIZAÇÃO DOS NÚMEROS DE COR SOLITÁRIA

Uma das particularidades destes números é fato de sempre estarem situados na aresta quadrada ou aresta dos quadrados perfeitos do triângulo numérico 3.

OBSERVAÇÃO 3:

Existe algo a mais que os quadrados de cores solitárias no T-3. É necessário também mencionar que há casos de quase quadrados perfeitos que também são solitários em suas respectivas cores. E estes não estão inclusos na linha quadrada. Um fragmento de exemplo é: (80, 120, 360, 440, 840...). A maior curiosidade sobre esses números reside no intervalo de tais quase quadrados perfeitos de cores solitárias.

Exemplos de intervalos:

I. O intervalo entre 80 e 120 é de 1 QUASE QUADRADO PERFEITO;

II. O intervalo entre 120 e 360 é de 7 QUASE QUADRADOS PERFEITOS;

III. O intervalo entre 360 e 440 é de 1 QUASE QUADRADO PERFEITO;

IV. O intervalo entre 440 e 840 é de 7 QUASE QUADRADOS PERFEITOS;

.

.

.

O intervalo entre eles se alterna entre saltos de 7 quase quadrados perfeitos e 1 quase quadrado perfeito.

OBSERVAÇÃO 3.1:

Um particularidades dessas cores solitárias é a de terminarem em 0. E o zero, o quadrado perfeito zero, não será incorporado à análise dos intervalos entre os termos desta sequência, porque não é uma cor solitária em meio, ou próxima, a outras cores diferentes. Mas se fosse admitido, facilmente nos mostraria que entre 0 e 80 há um intervalo de 7 quase quadrados perfeitos salteados.

Acredito que existam infinitas cores solitárias na aresta dos quase quadrados perfeitos, assim como existem infinitas cores solitárias na aresta dos quadrados perfeitos. Os quais não abordarei no corpo deste texto. Muito embora tenha em

mente que seja possível descobrir uma relação algébrica que os possibilite gerar todos os quase quadrados perfeitos de cor solitária.

07 - INTERVALO ENTRE CORES SOLITÁRIAS

O intervalo entre um solitário e outro, do mesmo grupo, grupos estes sempre composto de três entes numéricos, é um valor ímpar de quadrados perfeitos salteados em sucessão mais duas unidades.

08 - CÁLCULO SIMPLES DO SALTO DE QUADRADOS PERFEITOS

Foi percebido por mim que o valor do intervalo entre quadrados perfeitos da forma Q_n é a diferença entre os quadrados perfeitos utilizados em Q_n .

Relação: $C = A + B + A \cdot B$; A e B \square 's consecutivos.

	A:	B:	C:	Nº de \square 's "PULADOS"
I.	0	1 *	1	$1 - 0 = 1$
II.	1	4	9	$4 - 1 = 3$
III.	4	9 *	49	$9 - 4 = 5$
IV.	9	16	169	$16 - 9 = 7$
V.	16	25	441	$25 - 16 = 9$
VI.	25	36	961	$36 - 25 = 11$
VII.	36	49 *	1849	$49 - 36 = 13$
VIII.	49	64	3249	$64 - 49 = 15$
IX.	64	81	5329	$81 - 64 = 17$
X.	81	100	8281	$100 - 81 = 19$
XI.	100	121	12321	$121 - 100 = 21$
XII.	121	144	17.689	$144 - 121 = 23$
XIII.	144	169 *	24.649	$169 - 144 = 25$
	⋮	⋮	⋮	⋮

• A diferença: $B - A$ NOS INFORMA QUANTOS \square 's SERÃO SALTEADOS PARA OBTEN O PRÓXIMO.

Exemplo:

Observe o seguinte grupo:

Grupo 1: (9, 49, 169)

Números que compõem a respectiva sequência:

Grupo 1

Q2 (1; 4)

Q3 (4; 9)

Q4 (9; 16)

Diferenças ou saltos:

Q2:

$$Nqs = 4 - 1 = 3$$

3 quadrados salteados até Q3;

Q3:

$$Nqs = 9 - 4 = 5$$

5 quadrados salteados até Q4;

Q4:

$$Nqs = 16 - 9 = 7$$

7 quadrados salteados até Q5;

.

.

.

Legenda:

Nqs (números de quadrados salteados).

09 - ORGANIZAÇÃO DOS GRUPOS ORIGINADOS A PARTIR DE Q_n (A; B)

Primeiro abordaremos a sequência de quadrados perfeitos oriundos de Q_n (A; B).

Seja a sequência de quadrados perfeitos:

(1, 9, 49, 169, 441, 961, 1849, 3249, 5329, 8281, 12321, 17689, 24649, 33489, 44521, 58081, 74529, 94249, 117649, 145161, ...)

Como foi percebido anteriormente, apenas os números desta sequência que terminam em 9 é que são denominados de cores solitárias. Veja a forma como se agrupam, aparentemente sempre, entre os quadrados perfeitos terminados em 1.

Sejam os primeiros grupos.

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
Q2 (1; 4)	Q7 (36; 49)	Q12 (121; 144) . . .
Q3 (4; 9)	Q8 (49; 64)	Q13 (144; 169) . . .
Q4 (9; 16)	Q9 (64; 81)	Q14 (169; 196) . . .

Ou ainda, de forma mais prática:

Grupo 1: (9, 49, 169)

Grupo 2: (1849, 3249, 5329)

Grupo 3: (17689, 24649, 33489)

Grupo 4: (74529, 94249, 117649)

.

.

.

De modo geral, têm-se:

$Q_n (A; B)$, sendo A e B quadrados perfeitos consecutivos. E $B = (\sqrt{A} + 1)^2$.

Grupo C

$Q_n ((\sqrt{A} + 0)^2; (\sqrt{A} + 1)^2)$

$Q_{n+1} ((\sqrt{A} + 1)^2; (\sqrt{A} + 2)^2)$

$Q_{n+2} ((\sqrt{A} + 2)^2; (\sqrt{A} + 3)^2)$

Grupo C + 1

$Q_{n+5} ((\sqrt{A} + 5)^2; (\sqrt{A} + 6)^2)$

$Q_{n+6} ((\sqrt{A} + 6)^2; (\sqrt{A} + 7)^2)$

$Q_{n+7} ((\sqrt{A} + 7)^2; (\sqrt{A} + 8)^2)$

Grupo C + 2

$$Q_{n+10} ((v_A + 10)^2; (v_A + 11)^2)$$

$$Q_{n+11} ((v_A + 11)^2; (v_A + 12)^2)$$

$$Q_{n+12} ((v_A + 12)^2; (v_A + 14)^2)$$

.

.

.

10 - ANÁLISE DA SOLIDÃO COLORIDA CRESCENTE

1) Dentro de um grupo a solidão do sucessor é sempre maior que a do seu antecessor, pois aumenta em duas unidades em relação ao salto do anterior.

Exemplo:

SEJA O GRUPO 1

$$Q2 (1; 4) = 9$$

$$Q3 (4; 9) = 49$$

$$Q4 (9; 16) = 169$$

A) Entre 9 e 49, três quadrados perfeitos são salteados. Sendo eles: (16, 25, 36).

B) Entre 49 e 169, cinco quadrados perfeitos são salteados. Sendo eles: (64, 81, 100, 121, 144).

C) A diferença entre 5 e 3 é 2. Ou seja, 169 tem uma coloração muito mais solitária que a do 9. Mas a coloração do 49 está em intermédio, porque está entre extremos de solidão. Estando mais próximo do 9 e menos próxima de 169.

2) Visto que a distância cresce seguindo a sequência dos números ímpares, ISSO DENTRO DENTRO DE UM GRUPO.

Exemplo:

Seja a sequência dos ímpares, números da forma $2n-1$, com $n = 1$:

(1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61,...)

Discriminando os intervalos entre as cores solitárias DE UM GRUPO na sequência dos ímpares:

(1, [3, 5], 7, 9, 11, [13, 15], 17, 19, 21, [23, 25], 27, 29, 31, [33, 35], 37, 39, 41, [43, 45], 47, 49, 51, [53, 55], 57, 59, 61,...)

1) Intervalos entre os termos do PRIMEIRO grupo: [3, 5].

Ou seja, entre 9 e 49, têm-se 3 quadrados perfeitos salteados.

E entre 49 e 169, têm-se salto de 5 quadrados perfeitos.

2) Intervalos entre os termos do SEGUNDO grupo: [13, 15].

Ou seja, entre 1849 e 3249, têm-se 13 quadrados perfeitos salteados.

E entre 3249 e 5329, têm-se um salto de 15 quadrados perfeitos.

3) Intervalos entre os termos do TERCEIRO grupo: [23, 25].

Ou seja, entre 17689 e 24649, têm-se 23 quadrados perfeitos salteados.

E entre 24649 e 33489, têm-se um salto de 25 quadrados perfeitos.

4) Intervalos entre os termos do QUARTO grupo: [33, 35].

Ou seja, entre 74529 e 94249, têm-se 33 quadrados perfeitos salteados.

E entre 94249 e 117649, têm-se um salto de 35 quadrados perfeitos.

.

.

.

3) A solidão de um grupo a outro, ou seja ENTRE GRUPOS, é maior. Para o grupo sucessor, em relação ao intervalo entre grupos do grupo antecessor, é de trinta unidades a mais que a do salto anterior.

Exemplo:

OBSERVAÇÃO 4:

O intervalo entre os grupos é uma composição de intervalos ímpares entre quadrados perfeitos obtidos por $Q_n (A; B)$ mais duas unidades.

OBSERVAÇÃO 5:

Essas duas unidades adicionais correspondem aos dois quadrados obtidos por $Q_n (A; B)$, que estão fora do padrão dos solitários.

$$\text{Intervalo entre o grupo 1 e 2: } (7 + 9 + 11 + (2)) = 29$$

29 quadrados perfeitos salteados.

$$\text{Intervalo entre o grupo 2 e 3: } (17 + 19 + 21 + (2)) = 59$$

59 quadrados perfeitos salteados.

$$\text{Intervalo entre o grupo 3 e 4: } (27 + 29 + 31 + (2)) = 89$$

89 quadrados perfeitos salteados.

$$\text{Intervalo entre o grupo 4 e 5: } (37 + 39 + 41 + (2)) = 119$$

119 quadrados perfeitos salteados.

.

.

.

Observe que de 29 a 59 há uma adição de 30 unidades ao valor anterior, 29. E de 59 a 89 há uma adição de 30 unidades ao valor anterior, 59. O mesmo processo vale para 89 e 119. E assim por diante.

OBSERVAÇÃO 6:

Grande parte dos valores dos intervalos entre grupos são números primos. E essa sequência dos intervalos ímpares entre grupos é uma P.A. de razão 30.

Seja a sequência de intervalos entre os grupos:

(29, 59, 89, 119, 149, 179, 209, 239, 269, 299, 329, 359, 389, 419, 449, 479, 509, 539, 569, 599, 629, 659, 689, 719, 749, 779, 809, 839, 869, 899, 929, 959, 989, 1019, 1049, 1079, 1109, 1139, 1169, 1199, 1229,...)

Alguns PRIMOS extraídos da sequência logo acima:

(29, 59, 89, 149, 179, 239, 269, 359, 389, 419, 449, 479, 509, 569, 599, 659, 719, 809, 839, 929, 1019, 1049, 1109, 1229,...)

Que também podem ser entendidos como:

$$P = 29 \pmod{30}$$

Com P sendo um número primo.

11 - NÚMERO DE SEQUÊNCIAS COMPLETAS POR LINHA

Sequência completa é um fragmento numérico crescente e natural, ou inteiro não negativo, que inicia em um número terminado em zero formando uma P.A. de razão 1, e segue até o décimo termo, que termina em 9.

E sempre serão dez termos.

Eis as sequências completas por linhas:

L1: 0

L2: 0

L3: 0

L4: 0

L5: 0

L6: 0

L7: 0

L8: 1

L9: 1

L10: 1

L11: 2

L12: 1

L13: 1

L14: 2

.

.

.

O número (0) indica que há sequências incompletas ou fragmentos de sequências na mesma linha. O número (1) nos diz que há uma sequência completa em meio a outras incompletas. E assim por diante.

12 - NÚMERO DE QUADRADOS PERFEITOS POR COLORAÇÃO OU POR PORÇÃO DE DEZ NÚMEROS

I. De 0 a 9 temos 4 quadrados perfeitos:

(0, 1, 4, 9);

II. De 10 a 19 temos 1 quadrado perfeito:

(16);

III. De 20 a 29 temos 1 quadrado perfeito:

(25);

IV. De 30 a 39 temos 1 quadrado perfeito:

(36);

V. De 40 a 49 temos 1 quadrado perfeito:

(49);

VI. De 50 a 59 temos 0 quadrados perfeitos:

(vazio);

VII. De 60 a 69 temos 1 quadrado perfeito:

(64);

VIII. De 70 a 79 temos 0 quadrados perfeitos:

(vazio);

IX. De 80 a 89 temos 1 quadrado perfeito:

(81);

X. De 90 a 99 temos 0 quadrados perfeitos:

(vazio);

XI. De 100 a 109 temos 1 quadrado perfeito:

(100);

XII. De 110 a 119 temos 0 quadrado perfeito:

(vazio);

XIII. De 120 a 129 temos 1 quadrado perfeito:

(121);

XIV. De 130 a 139 temos 0 quadrado perfeito:

(vazio);

XV. De 140 a 149 temos 1 quadrado perfeito:

(144);

XVI. De 150 a 159 temos 0 quadrado perfeito:

(vazio);

XVII. De 160 a 169 temos 1 quadrado perfeito:

(169);

XVIII. De 170 a 179 temos 0 quadrado perfeito:

(vazio);

XIX. De 180 a 189 temos 0 quadrado perfeito:

(vazio);

XX. De 190 a 199 temos 1 quadrado perfeito:

(196);

.

.

OBSERVAÇÃO 7:

Observe que quanto mais se alonga a linha base do triângulo T-3, mais sequências (completas) é possível alocar na mesma. De tal modo que os quadrados perfeitos vão se tornando raros em sequências consecutivas. E, por isso, mais densos em suas quantidades de dígitos...

Fontes Bibliográficas:

Marques, David Dias - 002 - Percepções **sobre o Triângulo Numérico 3**. Paracuru - CE. 14/01/2025

SILVA, Ricardo. Triângulo **Numérico 3, Números Quadrados, Retangulares e Primos Gêmeos**. Disponível em:

<http://www.osfantasticosnumerosprimos.com.br/011-estudos-395-triangulo-numeric-3-numeros-quadrados-retangulares-primos-gemeos.html>