

Paracuru-CE

Data: 25/03/2026

Autor: David Dias Marques

E-mail: davidmarquesdias4@gmail.com

Título: 021 - TEOREMA VULGAR DAS QUADRAS

O QUE SERÁ FEITO E ANALISADO AO LONGO DO REDIGIDO?

A MÉDIA DA SOMA DE TODAS AS SOMAS POSSÍVEIS, DE DOIS EM DOIS TERMOS, DE UMA QUADRA PRÓPRIA. E TAL SEMELHANÇA DE ESTUDO SERÁ APLICADO, TAMBÉM, NO CONCEITO DE QUADRA IMPRÓPRIA. COM ISSO, BUSCA-SE DESCOBRIR SE HÁ ALGUM PADRÃO NAS SOMAS POSSÍVEIS DE TAIS ENTES, QUE CONSTITUEM A ESTRUTURA DE UMA QUADRA QUALQUER. E DISTO TIRAR UM MEIO QUE FACILITE ALGUM CÁLCULO DAS MESMAS, FUTURAMENTE.

PALAVRAS CHAVES:

MÉDIA, QUADRA, MODA, SOMAS POSSÍVEIS, DOIS EM DOIS TERMOS, SOMA DIAGONAL, SOMA VERTICAL, SOMA HORIZONTAL, PRÓPRIA, IMPRÓPRIA...

Os modelos abaixo se referem a uma única quadra, a primeira de cada tipo: entre própria e imprópria.

Exemplo com uma quadra própria.

$$\begin{array}{ccc} 5 & \rightarrow & 7 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 11 & \rightarrow & 13 \end{array}$$

Somas possíveis

- 1)  $5 + 7 = 12$
- 2)  $11 + 13 = 24$
- 3)  $5 + 11 = 16$
- 4)  $7 + 13 = 20$
- 5)  $7 + 11 = 18$
- 6)  $5 + 13 = 18$

Média desses valores é 18. E o 18 se repete duas vezes. Em todas as quadras possíveis é possível encontrar dois valores repetidos que coincidam com o valor da média  $Sq/6$ . Onde (Sq) é a soma da soma de todas as somas possíveis...

## MODELO MATEMÁTICO GERAL

Forma geral de uma quadra própria

$$\begin{array}{ccc} (n^2 + 1) & \rightarrow & (n^2 + 3) \\ \downarrow & & \downarrow \\ ((n + 1)^2 + 2) & \rightarrow & ((n + 1)^2 + 4) \end{array}$$

## LISTA DE SOMAS POSSÍVEIS, A PARTIR DO MODELO

### SOMAS HORIZONTAIS

1.  
 $(n^2 + 1) + (n^2 + 3)$   
 $2n^2 + 4$

Ou ainda, de modo mais simplificado

$$[ 2(n^2 + 2) ]$$

2.  
 $((n + 1)^2 + 2) + (n + 1)^2 + 4$   
 $(n + 1)^2 + 2 + (n + 1)^2 + 4$   
 $2(n + 1)^2 + 6$   
 $2(n^2 + 2n + 1) + 6$   
 $2n^2 + 4n + 8$

Ou ainda, de modo mais simplificado

$$[ 2(n^2 + 2(n + 2)) ]$$

## SOMAS VERTICAIS

3.

$$(n^2 + 1) + (n + 1)^2 + 2$$

$$n^2 + (n + 1)^2 + 3$$

$$n^2 + n^2 + 2n + 1 + 3$$

$$n^2 + n^2 + 2n + 4$$

$$2n^2 + 2n + 4$$

Ou ainda, de modo mais simplificado

$$[ 2(n^2 + n + 2) ]$$

4.

$$(n^2 + 3) + (n + 1)^2 + 4$$

$$n^2 + (n + 1)^2 + 7$$

$$n^2 + n^2 + 2n + 8$$

$$2n^2 + 2n + 8$$

Ou ainda, de modo mais simplificado

$$[ 2(n^2 + n + 4) ]$$

## SOMAS DIAGONAIS

5.

$$(n^2 + 3) + (n + 1)^2 + 2$$

$$n^2 + (n + 1)^2 + 5$$

$$n^2 + n^2 + 2n + 6$$

$$2n^2 + 2n + 6$$

Ou ainda, de modo mais simplificado

$$[ 2(n^2 + n + 3) ]$$

6.

$$(n^2 + 1) + (n + 1)^2 + 4$$

$$n^2 + (n + 1)^2 + 5$$

$$n^2 + n^2 + 2n + 6$$

$$2n^2 + 2n + 6$$

Ou ainda, de modo mais simplificado

$$[ 2(n^2 + n + 3) ]$$

Perceba que as expressões 5 e 6, para quadras próprias, COINCIDEM. Demonstrando que o valor das diagonais sempre serão iguais, se estivermos falando do "esbelto". Valores esses que nada mais são que modas.

### SOMA DAS SOMAS E SUA MÉDIA

$$2(n^2 + 2) + 2(n^2 + 2(n + 2)) + 2(n^2 + n + 2) + 2(n^2 + n + 4) + 2(n^2 + n + 3) + 2(n^2 + n + 3)$$

Desfazendo os parênteses

$$2n^2 + 4 + 2n^2 + 4n + 8 + 2n^2 + 2n + 4 + 2n^2 + 2n + 8 + 2n^2 + 2n + 6 + 2n^2 + 2n + 6$$

Somando os termos semelhantes

$$12n^2 + 12n + 36$$

Média da relação obtida acima.

Como são 6 relações, dividiremos, pois, por 6.

$$(12n^2 + 12n + 36)/6$$

$$2n^2 + 2n + 6$$

Simplificando

$$[ 2(n^2 + n + 3) ]$$

## MÉDIA DA SOMA DE TODAS AS SOMAS POSSÍVEIS, DE DOIS EM DOIS TERMOS, DE UMA QUADRA IMPRÓPRIA

Exemplo com uma quadra imprópria.

$$\begin{array}{ccc} 19 & \rightarrow & 21 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 29 & \rightarrow & 31 \end{array}$$

Somas

- 1)  $19 + 21 = 40$
- 2)  $29 + 31 = 60$
- 3)  $19 + 29 = 48$
- 4)  $21 + 31 = 52$
- 5)  $19 + 31 = 50$
- 6)  $21 + 29 = 50$

Média desses valores é 50. E o 50 se repete duas vezes. Em todas as quadras possíveis é possível encontrar dois valores repetidos que coincidam com o valor da média  $Sq/6$ . Onde (Sq) é a soma da soma de todas as somas possíveis...

## MODELO MATEMÁTICO GERAL

Forma geral de uma quadra imprópria

$$\begin{array}{ccc} (n^2 + 3) & \rightarrow & ((n^2 + 3) + 2) \\ \downarrow & & \downarrow \\ ((n + 1)^2 + 4) & \rightarrow & (((n + 1)^2 + 4) + 2) \end{array}$$

## LISTA DE SOMAS POSSÍVEIS, A PARTIR DO MODELO

### SOMAS HORIZONTAIS

1.  
 $(n^2 + 3) + ((n^2 + 3) + 2)$   
 $n^2 + 3 + n^2 + 3 + 2$   
 $2n^2 + 8$

Ou ainda, de modo simplificado  
[  $2(n^2 + 4)$  ]

2.

$$\begin{aligned} & ((n + 1)^2 + 4) + (((n + 1)^2 + 4) + 2) \\ & (n + 1)^2 + 4 + (n + 1)^2 + 4 + 2 \\ & 2(n + 1)^2 + 10 \\ & 2((n + 1)^2 + 5) \end{aligned}$$

Abrindo o produto notável

$$2(n^2 + 2n + 6)$$

Ou ainda, de modo simplificado

$$[ 2(n^2 + 2(n + 3)) ]$$

### SOMAS VERTICAIS

3.

$$\begin{aligned} & (n^2 + 3) + ((n + 1)^2 + 4) \\ & n^2 + 3 + (n + 1)^2 + 4 \\ & n^2 + 3 + n^2 + 2n + 1 + 4 \\ & 2n^2 + 2n + 8 \end{aligned}$$

Ou ainda, de modo simplificado

$$[ 2(n^2 + n + 4) ]$$

4.

$$\begin{aligned} & ((n^2 + 3) + 2) + (((n + 1)^2 + 4) + 2) \\ & n^2 + 3 + 2 + (n + 1)^2 + 4 + 2 \\ & n^2 + 5 + (n + 1)^2 + 6 \\ & 2n^2 + 2n + 12 \end{aligned}$$

Ou ainda, de modo simplificado

$$[ 2(n^2 + n + 6) ]$$

## SOMAS DIAGONAIS

5.

$$(n^2 + 3) + (((n + 1)^2 + 4) + 2)$$

$$n^2 + 3 + (n + 1)^2 + 4 + 2$$

$$n^2 + (n + 1)^2 + 9$$

$$2n^2 + 2n + 10$$

Ou ainda, de modo simplificado

$$[ 2(n^2 + n + 5) ]$$

6.

$$((n^2 + 3) + 2) + ((n + 1)^2 + 4)$$

$$n^2 + 3 + 2 + (n + 1)^2 + 4$$

$$2n^2 + 2n + 10$$

Ou ainda, de modo simplificado

$$[ 2(n^2 + n + 5) ]$$

Perceba que as expressões 5 e 6, para quadras impróprias, coincidem. Demonstrando que o valor das diagonais sempre serão iguais, se estivermos falando do "esbelto". Valores esses que nada mais são que modas.

## SOMA DAS SOMAS E SUA MÉDIA

$$2(n^2 + 4) + 2(n^2 + 2(n + 3)) + 2(n^2 + n + 4) + 2(n^2 + n + 6) + 2(n^2 + n + 5) + 2(n^2 + n + 5)$$

Desfazendo os parênteses

$$2n^2 + 8 + 2n^2 + 4n + 12 + 2n^2 + 2n + 8 + 2n^2 + 2n + 12 + 2n^2 + 2n + 10 + 2n^2 + 2n + 10$$

Somando os termos semelhantes

$$2n^2 + 2n^2 + 2n^2 + 2n^2 + 2n^2 + 2n^2 + 4n + 2n + 2n + 2n + 2n + 8 + 12 + 8 + 12 + 10 + 10$$

Logo

$$12n^2 + 12n + 60$$

Média da relação obtida acima.

Como são 6 relações, dividiremos, pois, por 6.

$$(12n^2 + 12n + 60)/6$$

$$2n^2 + 2n + 10$$

Simplificando

$$[ 2(n^2 + n + 5) ]$$

## ESTRUTURA GERAL PARA AMBOS OS CASOS PRÓPRIOS E IMPRÓPRIOS

$$\begin{aligned} ((m'^2) + (2u - 1)) &\rightarrow ((m'^2) + (2u + 1)) \\ \downarrow &\quad \downarrow \\ ((m'^2 + 2m') + (2u + 1)) &\rightarrow ((m'^2 + 2m') + (2u + 3)) \end{aligned}$$

Desfazendo os parênteses

$$\begin{aligned} m'^2 + 2u - 1 &\rightarrow m'^2 + 2u + 1 \\ \downarrow &\quad \downarrow \\ m'^2 + 2m' + 2u + 1 &\rightarrow m'^2 + 2m' + 2u + 3 \end{aligned}$$

## OBSERVAÇÕES PERTINENTES:

O  $m'$  é raiz quadrada de  $g$ , sendo  $g$  o menor quadrado perfeito do agrupamento.  $m'$  sempre será um número par. Isso é tão verdade, que  $[ m' = 2m ]$ . E  $m$  é o número do agrupamento. Já mencionado anteriormente em corpos literários de outros estudos publicados neste website.

O valor de  $(m)$ , que é o número do agrupamento, pode ser definido através de tal relação, da seguinte forma,  $4m = p'$ , pois o número do agrupamento,  $m$ , é a **quarta** parte de  $p' = 2\sqrt{(q - 1)}$ , que é a quantidade total de entes de um agrupamento qualquer, ou  $4m = 2\sqrt{(q - 1)}$ . Mas, como é possível simplificar, obtemos que  $2m = m'$ . E vale lembrar que  $e (q)$  é o primeiro termo da primeira quadrada própria de um agrupamento.

## SOMAS POSSÍVEIS, DE DOIS EM DOIS TERMOS, DA ESTRUTURA GERAL APRESENTADA ACIMA

### SOMAS HORIZONTAIS

1.  
 $m'^2 + 2u - 1 + m'^2 + 2u + 1$

$$[ 2m'^2 + 4u ]$$

2.  
 $m'^2 + 2m' + 2u + 1 + m'^2 + 2m' + 2u + 3$   
 $2m'^2 + 4m' + 4u + 4$

$$[ 2(m'^2 + 2m' + 2(u + 1)) ]$$

### SOMAS VERTICAIS

3.  
 $m'^2 + 2u - 1 + m'^2 + 2m' + 2u + 1$   
 $2m'^2 + 2u - 1 + 2m' + 2u + 1$   
 $2m'^2 + 2m' + 4u$

$$[ 2(m'^2 + m' + 2u) ]$$

4.  
 $m'^2 + 2u + 1 + m'^2 + 2m' + 2u + 3$   
 $2m'^2 + 2m' + 4u + 4$

$$[ 2(m'^2 + m' + 2(u + 1)) ]$$

### SOMAS DIAGONAIS

5.  
 $m'^2 + 2u - 1 + m'^2 + 2m' + 2u + 3$   
 $2m'^2 + 2m' + 4u + 2$   
 $[ 2(m'^2 + m' + 2u + 1) ]$

6.

$$m'^2 + 2u + 1 + m'^2 + 2m' + 2u + 1$$
$$2m'^2 + 2m' + 4u + 2$$

$$[ 2(m'^2 + m' + 2u + 1) ]$$

SOMA DAS SOMAS E SUA MÉDIA

$$2m'^2 + 4u + 2(m'^2 + 2m' + 2(u + 1)) + 2(m'^2 + m' + 2u) + 2(m'^2 + m' + 2(u + 1)) + 2(m'^2 + m' + 2u + 1) + 2(m'^2 + m' + 2u + 1)$$

Desfazendo os parênteses

$$2m'^2 + 4u + 2m'^2 + 4m' + 4u + 4 + 2m'^2 + 2m' + 4u + 2m'^2 + 2m' + 4u + 4 + 2m'^2 + 2m' + 4u + 2 + 2m'^2 + 2m' + 4u + 2$$

Simplificando

$$12m'^2 + 12m' + 24u + 12$$

Média da relação obtida acima.

Como são 6 relações, dividiremos, pois, por 6.

Logo, obtemos

$$(12m'^2 + 12m' + 24u + 12)/6$$

$$2m'^2 + 2m' + 4u + 2$$

Ou de um modo mais simplificado

$$[ 2(m'^2 + m' + 2u + 1) ]$$

Porém,  $m' = 2m$ . E substituindo, obtemos

$$2((2m)^2 + (2m) + 2u + 1)$$

$$2(4m^2 + 2m + 2u + 1)$$

$$8m^2 + 4m + 4u + 2$$

$$[ 4(2m^2 + m + u) + 2 ]$$

Está última relação estabelece, através da média das somas das relações possíveis, o valor médio de tais somas, cujo valor é igual a moda da sequência dos termos obtidos a partir das somas possíveis de dois em dois termos.

Já a relação que está logo abaixo, nos fornece e define o valor da média de cada uma das quadras possíveis, dentre próprias e impróprias, de um agrupamento qualquer. Neste caso específico, falamos da soma dos quatro termos que compõe a estrutura de tal objeto, definido por quadra.

$$[ 2(2m^2 + m + u) + 1 ]$$

### EXPANDINDO AS IDEIAS

O que ocorre se eu pegar a relação geral das médias de um agrupamento qualquer e subtrair a média das somas de todas as somas possíveis de quadra qualquer?

$$4(2m^2 + m + u) + 2 - (2(2m^2 + m + u) + 1)$$
$$8m^2 + 4m + 4u + 2 - 4m^2 - 2m - 2u - 1$$

$$4m^2 + 2m + 2u + 1$$

$$[ 2(2m^2 + m + u) + 1 ]$$

Demonstrando-se com isso, ALGO MUITO SEMELHANTE A UM TEOREMA: a moda é o dobro da média de uma quadra qualquer.

$$[ \text{MODA} = 2 \cdot \text{MÉDIA} ]$$

Portanto, não é preciso mais fazer todo um cálculo gigantesco para saber a média de uma quadra qualquer. Basta, para tanto, apenas realizar a soma de dois termos, em diagonal, de uma quadra qualquer, própria ou imprópria. E depois, logo em seguida, dividir tal resultado por DOIS. Já sendo sabido que a soma dos termos de cada diagonal é a MODA.

E a metade desta coincide, pelo já expresso neste corpo mais acima, chamada por isso de verdade, com o valor da MÉDIA de uma quadra qualquer.



David Dias Marques,

Entusiasta Matemático e

Colaborador do WebSite Os Fantásticos Números Primos